

**Schulinterner Lehrplan
zum Kernlehrplan für die gymnasiale Oberstufe**

St. Ursula Gymnasium Aachen

Mathematik

(in Anlehnung an den Kernlehrplan Mathematik NRW 2014 bzw. 2019)

1. Allgemeine Voraussetzungen

Fächerübergreifendes:

Im Fach Mathematik werden auch Kompetenzen erworben, die über das Fach selbst hinaus bedeutsam sind. So wird der Umgang mit großen Zahlen vertraut, es wird gelernt, wie mit größeren Datenmengen sinnvoll umgegangen werden kann, es werden Verhältnisse und Maßstäbe geordnet und Methoden erarbeitet, die zur Darstellung von Informationen geeignet sind.

Im weiteren Verlauf des Mathematikunterrichts lernen die Schülerinnen, Entwicklungen vorherzusagen. Hier werden Kompetenzen zur Modellbildung erreicht. Mit ihrer Hilfe können komplexe Situationen des Alltags und auch des späteren Berufslebens erfasst und sinnvoll bewertet werden.

Der Umgang mit der Fachsprache schult auch den situationsbedingten Umgang mit Sprache überhaupt. So lernen die Schülerinnen, sich situationsangemessen zu artikulieren. Insgesamt leistet das Fach Mathematik einen wertvollen Beitrag zur Allgemeinbildung durch Gewöhnung an strukturiertes Denken, an die klare Darstellung und die Formulierung auch komplexer Gedankengänge.

Werteerziehung:

Das Fach Mathematik ergänzt innerhalb des Fächerkanons die geistige Entwicklung der Schülerinnen. Die Erarbeitung mathematischer Inhalte führt auch zur Abgrenzung von Vorhersagbarem und Zufall. Damit ist die Erkenntnis verbunden, dass in der Welt nicht alles bestimmbar ist. So hilft auch die mathematische Auseinandersetzung dabei, einen adäquaten Umgang mit der Schöpfung zu gewähren. Naturwissenschaften und Mathematik stellen diese nicht in Frage sondern leisten ihren Beitrag bei der Achtung des Lebens, der Menschenwürde und der Natur. Hier kommt vor allem den Fragen nach Wahrhaftigkeit und Gründlichkeit sowie das Zeigen von Grenzen wissenschaftlicher Modelle Bedeutung zu.

Der Mathematikunterricht trägt zur Bildung eigener Werturteile bei und fördert die Kritik- und Konfliktfähigkeit.

Angaben zur Schule und zur Fachgruppe:

- Das St. Ursula Gymnasium ist ein privates Gymnasium und liegt im Zentrum Aachens
 - Es ist ein Mädchengymnasium
 - In der Regel dreizügig
 - In der Oberstufe gibt es in der EF i.d.R. drei bis vier Grundkurse, die dann zu drei GKs und ein bis zwei LKs zusammengeführt werden
 - Leistungskurse Mathematik werden regelmäßig durchgeführt, ein interner Leistungskurs, der zweite oft in Kooperation mit dem Pius Gymnasium
 - In der EF werden regelmäßig Vertiefungskurse angeboten
-
- Der Unterricht findet in unterschiedlichen Kurs- und Klassenräumen statt
 - Unsere multimediale Ausstattung ist ausreichend (In der Regel ist in jedem Raum ein Smartboard vorhanden)
 - Es gibt einen Computerraum
 - Unsere Fachvorsitzende ist Frau Krämer
-
- Wir unterrichten Im Leistungskurs in der Regel Doppelstunden
Im Grundkurs werden die 3 Mathestunden in einem Doppelstundenblock und einer Einzelstunde unterrichtet
-
- Wir benutzen einen GTR, der in der EF eingeführt wird, zuvor benutzen die Schülerinnen ab Klasse 6.2 einen WTR
 - Regelmäßiger Einsatz von Tabellenkalkulation (exel, calc) und Funktionsplottern (Geogebra) und Geometriesoftware (Vektoris)
-
- Die Fachlehrer der Kurse einer Stufe kooperieren eng und haben die individuelle Förderung der Schülerinnen im Blick
 - Leistungsstarken Schülerinnen wird die Teilnahme an Wettbewerben und Sommeruniversitäten angeboten

2 Entscheidungen zum Unterricht

2.1 Unterrichtsvorhaben

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan besitzt den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, Schülerinnen Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können.

Die entsprechende Umsetzung erfolgt nach den konkretisierten Unterrichtsvorhaben für die Sekundarstufe I (Kapitel 2.1.1) für die Sekundarstufe II auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene.

Im „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.2.1) wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Sie ist laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich für die Unterrichtsvorhaben I, II und III der Einführungsphase und für die Unterrichtsphasen der Qualifikationsphase. Die zeitliche Abfolge der Unterrichtsvorhaben IV bis VIII der Einführungsphase ist jeweils auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abzustimmen.

Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkretisierter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, individuelle Förderung, besondere Schülerinteressen oder aktuelle Themen zu erhalten, wurde im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans nicht die gesamte Bruttounterrichtszeit verplant.

Während der Fachkonferenzbeschluss zum „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ zur Gewährleistung vergleichbarer Standards sowie zur Absicherung von Kurswechslern und Lehrkraftwechseln für alle Mitglieder der Fachkonferenz Bindekraft entfalten soll, besitzt die Ausweisung „konkreter Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.2.2) empfehlenden Charakter. Referendarinnen und Referendaren sowie neuen Kolleginnen und Kollegen dienen diese vor allem zur standardbezogenen Orientierung in der neuen Schule, aber auch zur Verdeutlichung von unterrichtsbezogenen fachgruppeninternen Absprachen zu didaktisch-methodischen Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen, Lernmitteln und -orten sowie vorgesehenen Leistungsüberprüfungen, die im Einzelnen auch den Kapiteln 2.2 bis 2.4 zu entnehmen sind. Begründete Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bezüglich der konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte jederzeit möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden. Dies ist durch entsprechende Kommunikation innerhalb der Fachkonferenz zu gewährleisten.

2.1.1 Sekundarstufe I

Klasse 5

	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen ...	Bemerkungen / Erläuterungen	Verbindung zu...	Medienkompetenz
Stochastik	Zählen und Darstellen <ul style="list-style-type: none"> - Daten erheben, in Ur- und Strichlisten zusammenfassen - Häufigkeitstabellen zusammenstellen - Daten in Säulen- bzw. Balkendiagrammen darstellen 	... ordnen einem math. Modell passende Realsituationen zu (M ¹) ... nutzen Lineal und Geodreieck zum genauen Zeichnen und stellen ihre Ergebnisse auf Plakaten vor (W/M, A/K)	Methodik: In Gruppenarbeit eigene Umfrage für die Klasse planen, durchführen und auswerten	Erdkunde Politik Naturwissenschaften	Tabellenkalkulationsprogramm (Excel / CALC) Säulen- und Balkendiagramme erstellen (M1.2)
Arithmetik/Algebra	Große Zahlen <ul style="list-style-type: none"> - Zahlen mit Hilfe der Stellenwerttafel im Dezimalsystem darstellen - Ordnen, Vergleichen und Runden natürlicher (großer) Zahlen (Zahlenstrahl) 	... erläutern mathematische Sachverhalte mit eigenen Worten und Fachbegriffen (A/K)		Erdkunde Politik Naturwissenschaften Informatik	
	Rechnen mit großen Zahlen <ul style="list-style-type: none"> - Einführung der Fachbegriffe der vier Grundrechenarten Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division - Kopfrechnen 	... erläutern mathematische Sachverhalte mit eigenen Worten und Fachbegriffen (A/K) Sie ermitteln Näherungswerte für erwartete Ergebnisse (P) Sie nutzen grundlegende math. Regeln zur Lösung einfacher Alltagsprobleme (P)		Erdkunde Politik Naturwissenschaften	
	Umgang mit Größen <ul style="list-style-type: none"> - Einführung der Fachbegriffe Maßzahl und Maßeinheit - Längen, Gewichte, Zeitdauern in Sachsituationen mit passenden Einheiten darstellen - Schätzen und Messen von Größen - Umrechnen von Größen 	... nutzen Lineal, Geodreieck und weitere Messgeräte zum genauen Messen und Darstellen von Größen (W)	Methodik: Lernzirkel Größen	Erdkunde Politik Naturwissenschaften Geschichte	

¹ Abkürzungen für die Kompetenzbereiche laut KLP: Argumentieren/Kommunizieren (A/K), Problemlösen (P), Modellieren (M), Werkzeuge/Medien (W/M)

	- Geld: schätzen und rechnen				
			Ergänzung: Römische Zahlen, Dualzahlen (nicht obligatorisch)		
Geometrie	<p>Achsensymmetrische Figuren</p> <ul style="list-style-type: none"> - Fachbegriffe: achsensymmetrisch, Symmetrie-/Spiegelachse - Erkennen und Zeichnen von achsensymmetrischen Figuren - Auffinden von Symmetrieachsen 	<p>... begründen mit eigenen Worten und Fachbegriffen, ob bei Figuren und Gegenständen aus dem Alltag Achsensymmetrie vorliegt (A/K)</p> <p>Sie übersetzen Situationen aus Sachaufgaben in math. Modelle (M)</p>	<p>Methodik:</p> <p>Für die Inhalte „orthogonale und parallele Geraden“ sowie „Figuren“ eignet sich besonders: Stark-Verlag, Unterrichtskonzepte Mathematik – Unter- und Mittelstufe – F.1.3.</p>	Kunst Naturwissenschaften	Dynamische Geometriesoftware (Geogebra), Spiegelung komplexer Figuren (M1.2)
	<p>Orthogonale und parallele Geraden</p> <ul style="list-style-type: none"> - Fachbegriffe: Strecke, Gerade, orthogonal, parallel, rechter Winkel - Symbole für orthogonal und parallel - Zeichnen und Auffinden von orthogonalen und parallelen Geraden und Strecken - Abstand Punkt zu Gerade zeichnerisch darstellen und messen 	<p>... nutzen Geodreieck und Lineal zum genauen Messen und Zeichnen (W/M)</p> <p>Sie ordnen math. Modellen die passenden Realsituationen zu (M)</p>	Ergänzung: Optische Täuschungen, Escher-Parkettierungen	Kunst Naturwissenschaften	
	<p>Ebene Figuren</p> <ul style="list-style-type: none"> - Erkennen und Unterscheiden von Figuren/Figurengruppen: Vieleck, Viereck, Rechteck, Raute, Drachen, Trapez, Quadrat - Bezeichnung von Eckpunkten und Seiten der Figuren - Zeichnen von Parallelogrammen, Rechtecken, Quadraten - Diagonalen in Vierecken 	<p>... nutzen verschiedene Arten des Begründens (A/K)</p> <p>... nutzen Geodreieck, Lineal und Zirkel zum genauen Messen und Zeichnen (W/M)</p> <p>... ordnen math. Modellen die passenden Realsituationen zu (M)</p>		Kunst Naturwissenschaften	

	Koordinatensystem <ul style="list-style-type: none"> - Koordinatensysteme zeichnen - Punkte, Strecken und Geraden im Koordinatensystem 	... nutzen Geodreieck, Lineal und Zirkel zum Messen und genauen Zeichnen (W/M)		Kunst Naturwissen- schaften Erdkunde	
	Punktsymmetrische Figuren <ul style="list-style-type: none"> - Erkennen und Zeichnen von punktsymmetrischen Figuren - Auffinden des Symmetriezent- rums - Hintereinanderausführung von Achsen- und Punktspiegelun- gen 	... begründen mit eigenen Worten und Fachbegriffen, ob es sich bei Figuren um Punktsymmetrie handelt (A/K) ... übersetzen Situationen aus Sachaufga- ben in math. Modelle (M)		Kunst Naturwissen- schaften	
Arithmetik/Algebra	Rechenausdrücke <ul style="list-style-type: none"> - Einführung des Termbegriffs - Rechenregel Klammer- vor Punkt- vor Strichrechnung - Rechenbäume - Überschlagsrechnen 	... erläutern mathematische Sachverhalte mit eigenen Worten und Fachbegriffen (A/K) ... ermitteln Näherungswerte für erwartete Ergebnisse (P) ... nutzen grundlegende math. Regeln zur Lösung einfacher Alltagsprobleme (P)		Naturwissen- schaften	
	Rechengesetze erkennen und anwen- den <ul style="list-style-type: none"> - Kommutativgesetz der Addition und Multiplikation - Assoziativgesetz der Addition und Multiplikation - Distributivgesetz (der Multipli- kation und Division) - Rechenvorteile erkennen und mit den Rechengesetzen um- setzen 	... übertragen Situationen aus Sachaufga- ben in math. Modelle (M) ... präsentieren und erläutern Ideen, Re- chenwege und Ergebnisse (A/K)		Naturwissen- schaften	
	Rechenoperationen <ul style="list-style-type: none"> - Potenzieren - Teilbarkeitsregeln - Primzahlen - Primfaktorzerlegung 	... präsentieren und erläutern Ideen, Re- chenwege und Ergebnisse (A/K)		Naturwissen- schaften	
	Schriftliches Rechnen <ul style="list-style-type: none"> - Schriftliche Addition, Subtrak- tion, Multiplikation, Division mit Rest 	... nutzen grundlegende math. Regeln zur Lösung einfacher Alltagsprobleme (P)	Ergänzung: Probe	Naturwissen- schaften Informatik	

	- Addition und Subtraktion von Größen				
	Anwendungen - Umgang mit Textaufgaben	... übertragen Situationen aus Sachaufgaben in math. Modelle (M) ... präsentiere, erläutern und deuten Ideen, Rechenwege und Ergebnisse auf Lernplakaten (A/K, W/M)		Alle Fächer	
Geometrie	Flächen				
	Flächeninhalt: - Vergleichen von Flächen durch Schätzen, Kästchenzählen, Auslegen - Einführung von Maßeinheiten - Umrechnen der Flächenmaßeinheiten mit und ohne Stellenwerttafel - Flächeninhalt von Rechtecken und Quadraten incl. der Formel $A = a \cdot b$ bzw. $A = a^2$ - Flächeninhalt von rechtwinkligen Dreiecken	... probieren und schätzen die Größe von Flächeninhalten (P) ... setzen Begriffe und Konzepte an Beispielen in Beziehungen zueinander (A/K, P)		Kunst Naturwissenschaften	
	Umfang von Flächen	s.o.			
	Maßstab - Schätzen und Rechnen - Flächen bestimmen	... nutzen Lineal, Geodreieck und weitere Messgeräte zum genauen Messen und Darstellen von Größen (W)		Erdkunde Naturwissenschaften	Informationsrecherche und –auswertung (M2.1, 2.2)
	Körper				
	Körper und Netze: - Einführung der Grundbegriffe Ecke, Kante, (Seiten-)Fläche - Geometrische Grundkörper kennen und erkennen - Körpernetze der Grundkörper erkennen und erstellen - Grundkörper anhand ihrer Netze basteln (insbesondere für Quader)	... erläutern math. Begriffe und Sachverhalte mit eigenen Worten und den entsprechenden Fachbegriffen (A/K) ... übertragen Situationen aus dem Alltag und Sachaufgaben in math. Modelle (M) ... nutzen Geodreieck und Lineal zum genauen Zeichnen (W/M)	Methode: hier besonders geeignet ist ein Lernzirkel Zum Abschluss können die S. in Gruppenarbeit z.B. ein maßstäbliches Stadtmodell herstellen. Plakat erstellen	Kunst Naturwissenschaften	

			Geomag Netzmodelle		
	Schrägbilder zeichnen	s.o.			
	Rauminhalt <ul style="list-style-type: none"> - Einführung des Fachbegriffs Volumen - Einführung von Maßeinheiten - Umrechnung von Maßeinheiten und Größenangaben mit Komma - Messen von Volumen - Volumen von Quader und Würfel incl. der Formel $A = a \cdot b \cdot c$ bzw. $A = a^3$ - Zusammengesetzte Körper und ihr Volumen 	... schätzen und messen Volumina (P, W/M) ... setzen Begriffe und Konzepte an Beispielen in Beziehungen zueinander (A/K, P)		Kunst Naturwissenschaften	

Klasse 6

In 6.2 (etwa nach den Osterferien) soll der Taschenrechner (CASIO fx-991) eingeführt und zur Durchführung von Rechnungen in realitätsnahen Sachaufgaben (Stochastik) verwendet werden.

	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Bemerkungen / Erläuterungen	Verbindung zu...	Medienkompetenz
Arithmetik/Algebra	Rationale Zahlen				
	Brüche <ul style="list-style-type: none"> - Brüche und Anteile - Kürzen und erweitern - Brüche vergleichen - Brüche auf dem Zahlenstrahl 	... diskutieren verschiedene Darstellungen von Bruchzahlen (A/K) ... übertragen math. Modelle auf Beispiele (M) ... wenden die Problemlösestrategie „Beispiele finden“ an (P)	Methode: Veranschaulichung der Bruchteile durch Beispiele aus dem	Kunst Naturwissenschaften Erdkunde Politik Sport	

	<ul style="list-style-type: none"> - Brüche als Quotient, gemischte Zahlen 	<p>... nutzen elementare math. Methoden zum Lösen von anschaulichen Alltagsproblemen (P)</p> <p>... übersetzen Situationen aus Sachaufgaben in math. Modelle und Terme (M)</p> <p>... geben math. Inhalte aus Darstellungen mit eigenen Worten und Fachbegriffen wieder (A/K)</p> <p>... sprechen über eigene oder vorgegebene Lösungswege und finden, erklären, korrigieren Fehler (A/K)</p> <p>... überprüfen math. ermittelte Ergebnisse an der Realsituation (M)</p>	<p>Alltag der Schülerinnen.</p> <p>Informationen aus (Zeitungs-) Texten, Grafiken, Tabellen entnehmen.</p> <p>Partner- und Gruppenarbeit einsetzen, um verschiedene Lösungswege zu entwickeln und Fehler aufzuzeigen.</p>		
	<p>Dezimalzahlen</p> <ul style="list-style-type: none"> - Prozente - Dezimalschreibweise - Dezimalzahlen vergleichen und runden - Abbrechende und periodische Dezimalzahlen - Umgang mit Größen 			<p>Kunst</p> <p>Naturwissenschaften</p> <p>Erdkunde</p> <p>Politik</p> <p>Sport</p>	
	<p>Addition und Subtraktion von rationalen Zahlen</p>				
	<p>Brüche</p> <ul style="list-style-type: none"> - Addieren und Subtrahieren - Geschicktes Rechnen 			<p>Kunst</p> <p>Naturwissenschaften</p> <p>Erdkunde</p> <p>Politik</p> <p>Sport</p>	
	<p>Dezimalzahlen</p> <ul style="list-style-type: none"> - Addieren und Subtrahieren - Runden und Überschlagen - Geschicktes Rechnen 				
Geometrie	Muster und Figuren				
	<ul style="list-style-type: none"> - Negative Zahlen, erweitertes Koordinatensystem - Verschiebungen - Kreise, Kreisfiguren - Winkel - Winkel messen und zeichnen - Drehungen 	<p>... nutzen Geodreieck und Zirkel zum genauen Messen und Zeichnen (W/M)</p>		<p>Kunst</p> <p>Naturwissenschaften</p>	<p>Hier sollte die Darstellung von Daten im Kreisdiagramm eingeführt werden.</p> <p>Verwendung von Tabellenkalkulationsprogrammen (Excel, CALC)</p> <p>Einsatz von GeoGebra möglich.</p> <p>M1.2</p>
Arithmetik/Algebra	Multiplikation und Division rationaler Zahlen				

	Brüche <ul style="list-style-type: none"> - Vervielfachen und Teilen von Brüchen - Multiplizieren - Dividieren - 	... diskutieren verschiedene Darstellungen von Bruchzahlen (A/K) ... übertragen math. Modelle auf Beispiele (M) ... wenden die Problemlösestrategie „Beispiele finden“ an (P)		Naturwissenschaften Informatik	
	Dezimalzahlen <ul style="list-style-type: none"> - Kommaverschiebung: Multiplizieren und dividieren mit Zehnerpotenzen - Multiplizieren - Dividieren 	... nutzen elementare math. Methoden zum Lösen von anschaulichen Alltagsproblemen (P) ... übersetzen Situationen aus Sachaufgaben in math. Modelle und Terme (M)		Naturwissenschaften	
	<ul style="list-style-type: none"> - Grundregeln für Rechengesetze – Terme - Rechengesetze – Vorteile beim Rechnen 	... geben math. Inhalte aus Darstellungen mit eigenen Worten und Fachbegriffen wieder (A/K) ... sprechen über eigene oder vorgegebene Lösungswege und finden, erklären, korrigieren Fehler (A/K) ... überprüfen math. ermittelte Ergebnisse an der Realsituation (M)		Naturwissenschaften	
Stochastik	Daten erfassen, darstellen und interpretieren				
	<ul style="list-style-type: none"> - relative Häufigkeiten - Diagramme - Mittelwerte - Boxplots - Untersuchungen planen und auswerten 	... erläutern math. Sachverhalte mit eigenen Worten und Fachbegriffen (A/K) ... geben Informationen aus math. Darstellungen an (A/K) ... nutzen Geodreieck und Lineal zum genauen Zeichnen (M) ... überprüfen math. Lösungen an der Realsituation (M)	Eigene Untersuchungen mathematisch auswerten.	Politik Erdkunde Naturwissenschaften	Einsatz von Tabellenkalkulationsprogramm (Excel, CALC) (M1.2) Einführung des WTR (M1.2)
Funktionen	Beziehungen zwischen Zahlen und Größen <ul style="list-style-type: none"> - Strukturen erkennen und fortsetzen - Abhängigkeiten grafisch darstellen - Abhängigkeiten in Termen darstellen 			Politik Erdkunde Naturwissenschaften Kunst	

	- Rechnen mit dem Dreisatz				
	Strategien entwickeln – Probleme lösen	... sprechen über verschiedene Lösungswege, bewerten diese und stellen sie auf Lernplakaten dar (A/K, P, W/M)		Alle Fächer	

Klasse 7

	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Bemerkungen / Erläuterungen	Verbindung zu...	
	Rechnen mit rationalen Zahlen	... wenden die Problemlösestrategie „Zurückführen auf Bekanntes“ an (P) Sie		Naturwissenschaften	7.1
Arithmetik/Algebra	Prozente und Zinsen <ul style="list-style-type: none"> - Klärung von Prozentsatz, Prozentwert, Grundwert - Grundaufgaben der Prozentrechnung: Bestimmung von Prozentsatz, Prozentwert, Grundwert - Anwendung der Prozentrechnung zur Bestimmung von Zinsen, Zinssatz, Kapital - Zinseszinsen 	... nutzen Algorithmen zum Lösen math. Standardaufgaben und bewerten ihre Praktikabilität (P)	Methodik: Verwendung des Taschenrechners CASIO fx-991 ES Verwendung von Tabellenkalkulation (Excel, CALC)	Politik Geschichte Erdkunde Naturwissenschaften Sport	
Stochastik	Relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten <ul style="list-style-type: none"> - Einführung des Begriffs der Wahrscheinlichkeit - Bestimmung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten - Summenregel - Pfadregel 	... ziehen Informationen aus (Zeigungs-)Texten (A/K) Sie planen und beschreiben ihre Vorgehensweise zur Lösung eines Problems (A/K) Sie übersetzen Realsituationen in math. Modelle (M)	Methodik: Zufallsexperimente können in Gruppen durchgeführt und erfasst werden.	Politik Geschichte Erdkunde Naturwissenschaften Sport	

		<p>Sie überprüfen und bewerten Ergebnisse und stellen Plausibilitätsüberlegungen an (P)</p> <p>Sie passen math. Modelle an Realsituationen an. (M)</p>			
Funktionen	<p>Zuordnungen</p> <ul style="list-style-type: none"> - Begriff der Zuordnung - Graphen von Zuordnungen - Proportionale Zuordnungen: Definition, Dreisatzrechnungen (Dreisatz-Tabelle), Graph, Quotientengleichheit - Antiproportionale Zuordnungen: Definition, Dreisatzrechnungen (Dreisatz-Tabelle), Graph, Produktgleichheit - Lineare Zuordnungen, Zeichnen von Geraden, Gleichung einer abgebildeten Gerade angeben 	<p>... setzen Begriffe und Verfahren miteinander in Beziehung: Gleichungen und Grafiken (A/K)</p> <p>Sie vergleichen Darstellungen (A/K)</p> <p>Sie ziehen Informationen aus math. Darstellungen und Texten (A/K)</p> <p>Sie ordnen Graphen die passenden Realsituationen zu (M)</p> <p>Sie werten Daten mit Hilfe von Tabellenkalkulation aus (W/M)</p> <p>Sie vergleichen Lösungswege und Darstellungen (A/K)</p>	<p>Das Zeichnen von Geraden soll auch mit Hilfe von y-Achsenabschnitt und Steigungsdreieck erfolgen (=> nicht im Buch)</p> <p>Zur Ermittlung der Geradengleichung aus einer Zeichnung soll nicht die Steigung berechnet (2 Punkte) werden.</p>	Informatik Naturwissenschaften	<p>Tabellenkalkulationsprogramm (Excel), graphische Darstellung von Zuordnungen (M4.1)</p>
Arithmetik/Algebra	<p>Terme und Gleichungen</p> <ul style="list-style-type: none"> - Terme aufstellen - Umformungen von Termen mit Rechengesetzen (Kommutativgesetz, Assoziativgesetz) - Ausmultiplizieren und Ausklammern (Distributivgesetz) - Gleichungen umformen (Äquivalenzumformungen) - Lösen von Problemen mit Hilfe von Gleichungen (Textaufgaben), Lösungsstrategien 	<p>... nutzen Algorithmen zum Lösen von Standardaufgaben (P)</p> <p>Sie überprüfen Ergebnisse und Lösungswege (P) und diskutieren und bewerten unterschiedliche Lösungswege und Lösungsstrategien (A/K)</p>		Naturwissenschaften	

Geometrie	Beziehungen in Dreiecken <ul style="list-style-type: none"> - Dreiecke konstruieren, Konstruktionsbeschreibung - Kongruenzsätze - Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende: Konstruktion mit Zirkel und Lineal - Umkreis und Inkreis - Winkelbeziehungen (Scheitelwinkel, Nebenwinkel, Stufenwinkel, Wechselwinkel) - Winkelsumme im Dreieck und Viereck - Satz des Thales 	... wenden die Problemlösestrategie „Zurückführen auf Bekanntes“ zur Konstruktion von Hilfslinien an (P) ... untersuchen Beziehungen bei Figuren und stellen Vermutungen an (P) ... planen und beschreiben ihre Vorgehensweise zur Lösung eines Problems (A/K) ... erläutern Lösungsschritte bei math. Verfahren (Konstruktionen) mit eigenen Worten und Fachbegriffen (A/K) ... überprüfen bei Problemen die Möglichkeit mehrerer Lösungswege (P) ... überprüfen und bewerten Ergebnisse durch Plausibilitätsüberlegungen und Überschlagsrechnungen (P)	Methodik: Nutzung von Geometriesoftware (GeoGebra)	Naturwissenschaften Kunst	7.2 Dynamische Geometriesoftware (GeoGebra), Konstruktion von Dreiecken (M4.2)
Arithmetik/Algebra	Systeme linearer Gleichungen <ul style="list-style-type: none"> - Lineare Gleichungen mit zwei Variablen - Lineare 2x2-Gleichungssysteme: graphische Lösung, Gleichsetzungs-, Einsetzungs-, Additionsverfahren 	... erläutern Lösungsschritte mit eigenen Worten (A/K) ... überprüfen die Möglichkeit mehrerer Lösungswege (P) ... vergleichen und bewerten Lösungswege und Darstellungen (P, A/K) ... präsentieren Lösungswege und Problembearbeitungen (A/K)		Naturwissenschaften	

Klasse 8

	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Bemerkungen / Erläuterungen	Verbindung zu...	
Arithmetik/Algebra	Notwendigkeit einer Zahlenbereichserweiterung: Diagonale im Quadrat <ul style="list-style-type: none"> - Einführung des Wurzelbegriffs 	... nutzen verschiedene Darstellungen zur Problemlösung (P) ... untersuchen Beziehungen bei Zahlen (A/K) ... überprüfen Ergebnisse durch Überschlagsrechnungen (P)		Kunst Naturwissenschaften	8.1

	<ul style="list-style-type: none"> - Wurzel als Umkehrung des Quadrats - Irrationalität von Wurzeln - Rechnen mit Wurzeln 				
Geometrie	<p>Rechtwinklige Flächen (einfache und zusammengesetzte)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Flächenberechnung mit zugehöriger Termbildung - Flächenberechnung als Hinführung zu den binomischen Formeln - Dreieckige Flächen - Parallelogramme und Trapeze - Kreisfläche und Kreisumfang: π als Proportionalitätsfaktor (U, d) - Kreisteile - Kreisbogenvielecke - Oberfläche und Volumen von Prisma und Zylinder 	<p>... untersuchen Muster und Beziehungen bei Figuren und stellen Vermutungen auf (P)</p> <p>... ziehen Informationen aus Bildern und Darstellungen und strukturieren sie (A/K)</p> <p>... planen und bewerten Lösungswege und Argumentationen (P)</p> <p>... erläutern Arbeitsschritte bei math. Verfahren mit eigenen Worten und Fachbegriffen (A/K)</p> <p>... wenden die Problemlösestrategie „Zurückführen auf Bekanntes“ und „Verallgemeinern“ an (P)</p> <p>... nutzen Skizzen zur Problemlösung (P)</p>	<p>Methodik:</p> <p>Einsatz von Körper-Modellen zur Veranschaulichung und Herleitung der Volumenberechnung, Erstellen und Nutzen einer Formelsammlung (nach der Einführungs- und Erarbeitungsphase)</p>	Kunst Naturwissenschaften	
Stochastik	<p>Baumdiagramme bei mehrstufigen stochastischen Experimenten</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pfadregeln - Reduktion großer Baumdiagramme auf die „günstigen“ Pfade - Reduktion großer Baumdiagramme durch Pascals Dreieck - Bernoulli-Verteilung 	<p>... planen und beschreiben ihre Vorgehensweise zur Lösung eines Problems (P)</p> <p>... erläutern Arbeitsschritte in eigenen Worten und mit Fachbegriffen (A/K)</p> <p>... übertragen Realsituationen in math. Modelle (M)</p> <p>... nutzen das Internet zur Informationsbeschaffung (W/M)</p> <p>... tragen Daten in elektronischer Form zusammen und stellen sie mit Hilfe einer Tabellenkalkulation dar (W/M)</p> <p>... vergleichen, bewerten und präsentieren Lösungswege und Darstellungen (A/K)</p>	<p>Methodik:</p> <p>Durchführung von Zufallsexperimenten, Recherchieren und Beschaffen von Daten aus dem Umfeld der S,</p> <p>Einsatz von Tabellenkalkulation (Excel, CALC)</p> <p>Ergänzung:</p> <p>„Lügen mit Statistiken“</p>	Erdkunde Politik Naturwissenschaften	8.2

		... überprüfen im math. Modell gewonnene Lösungen an der Realsituation (M) ...analysieren und beurteilen Aussagen (A/K)			
Funktionen	Erkennen funktionaler Zusammenhänge				
	Lineare Funktionen, Geraden im Koordinatensystem <ul style="list-style-type: none"> - Steigungsbegriff, Lage zweier Geraden im Koordinatensystem - Aufstellen linearer Funktionsvorschriften: 2-Punkte- und Punkt-Steigungs-Form 	... ziehen Informationen aus math. Darstellungen und strukturieren sie (A/K) ... vergleichen Darstellungen (A/K) ... setzen Gleichungen und Graphen miteinander in Beziehung (K) ... nutzen die Problemlösestrategie „Spezialfälle finden“ zur Analyse besonderer Lagen von Geraden im Koordinatensystem (Parallelen zur x- und y-Achse) (P) ... nutzen Funktionenplotter und Tabellenkalkulation (W/M)	Methodik: Einsatz von Funktionenplotter (GeoGebra) und Tabellenkalkulation (Excel, CALC)	Naturwissenschaften Politik Erdkunde	
	Quadratische Funktionen, die sich aus Sachzusammenhängen ergeben <ul style="list-style-type: none"> - Parabeln im Koordinatensystem - Streckungen, Stauchungen, Verschiebungen - Scheitelpunktform, Normalform - Parabeln in weiteren Sachzusammenhängen (z.B. Brücken) 	... nutzen math. Wissen für Begründungen, auch in mehrschrittigen Argumentationen (A/K) ... ordnen math. Modellen die passenden Realsituationen zu (M) ... übersetzen Realsituationen in lineare und quadratische Zuordnungen (M) ... ziehen Informationen aus (Zeitungs-) Texten		Naturwissenschaften Informatik	
	Ausblick auf andere Potenzfunktionen	s.o.	s.o.		
	Definieren und Beweisen		Kapitel im LS als zusätzliches Angebot		

Klasse 9

Regelmäßiger Einsatz von Taschenrechner, Tabellenkalkulationen (Excel, CALC) und Funktionsplotter (GeoGebra)

	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Bemerkungen / Erläuterungen	Verbindung zu...	
Funktionen	Quadratische Funktionen und Gleichungen <ul style="list-style-type: none"> - Scheitelpunktform / quadratische Ergänzung / Aufstellen von quadratischen Funktionen - Lösen von quadratischen Gleichungen mit quadr. Ergänzung - Lösen von quadratischen Gleichungen mit pq-Formel - Anwendungen zu quadr. Gleichungen 	... erläutern math. Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und präzisieren sie mit Fachbegriffen (A/K) ... zerlegen Probleme in Teilprobleme (P) ... übersetzen Realsituationen in math. Modelle (M) ... finden zu math. Modellen passende Realsituationen (M) ... nutzen math. Wissen für Begründungen und Argumentationsketten (A/K) ... wählen geeignete Werkzeuge aus (Funktionsplotter, Tabellenkalkulation) und nutzen sie (W/M)		Naturwissenschaften	9.1
Geometrie	Ähnlichkeit und Strahlensätze <ul style="list-style-type: none"> - Strecken als Vergrößerung - Zentrische Streckung - Ähnlichkeit von Dreiecken und anderen Figuren - Strahlensätze in Anlehnung an die Ähnlichkeit 	... erläutern math. Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und präzisieren sie mit Fachbegriffen ... wählen geeignete Werkzeuge aus und nutzen sie (W/M) ... überprüfen und bewerten Problembearbeitungen (A/K) ... nutzen math. Wissen für Begründungen und Argumentationsketten (A/K)	Methodik: Arbeiten auf dem Schulgelände	Naturwissenschaften Kunst	
	Euklidische Sätze <ul style="list-style-type: none"> - Satz des Pythagoras - Kathetensatz und Höhensatz (fakultativ) - Rechtwinklige Dreiecke in räumlichen Situationen (Diagonalen, Höhen, ...) 	... erläutern math. Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und präzisieren sie mit Fachbegriffen ... wählen geeignete Werkzeuge aus und nutzen sie (W/M) ...überprüfen und bewerten Problembearbeitungen (A/K) ... nutzen math. Wissen für Begründungen und Argumentationsketten (A/K)		Naturwissenschaften Kunst	

	<p>Körper</p> <ul style="list-style-type: none"> - Spitze Körper: Kegel und Pyramide - Kugeln 	<p>... erläutern math. Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und präzisieren sie mit Fachbegriffen</p> <p>... wählen geeignete Werkzeuge aus und nutzen sie (W/M)</p> <p>...überprüfen und bewerten Problembearbeitungen (A/K)</p> <p>... nutzen math. Wissen für Begründungen und Argumentationsketten (A/K)</p> <p>... zerlegen Probleme in Teilprobleme, übersetzen Realsituationen in math. Modelle (M)</p>	<p>Methodik:</p> <p>Erstellen von und arbeiten mit Körper-Modellen</p> <p>Arbeiten mit der Formelsammlung</p>	<p>Naturwissenschaften</p> <p>Kunst</p>	
Arithmetik/Algebra, Funktionen	<p>Potenzen und Potenzfunktionen</p> <ul style="list-style-type: none"> - Zehnerpotenzen - Potenzgesetze - Einfache Potenzgleichungen - Potenzfunktionen 	<p>... erläutern math. Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und präzisieren sie mit Fachbegriffen (A/K)</p> <p>... vergleichen Lösungswege und Problemlösestrategien (P)</p>	<p>Methodik:</p> <p>Wahl und Nutzung verschiedener Werkzeuge (Tabellenkalkulation, Taschenrechner)</p>	<p>Naturwissenschaften</p> <p>Informatik</p> <p>Kunst</p> <p>Erdkunde</p> <p>Politik</p> <p>Geschichte</p>	9.2
	<p>Exponentialfunktionen</p> <ul style="list-style-type: none"> - Exponentielles Wachstum - Zinseszins und Wertentwicklung - Exponentialfunktionen in Sachzusammenhängen - Logarithmus als Umkehrung der Exponentialfunktion 	<p>... erläutern math. Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und präzisieren sie mit Fachbegriffen (A/K)</p> <p>... übersetzen Realsituationen in math. Modelle und Terme (M,P)</p> <p>... finden zu math. Modellen passende Realsituationen (M)</p> <p>... nutzen math. Wissen für Begründungen und Argumentationsketten (A/K)</p> <p>... wählen geeignete Werkzeuge aus (Funktionsplotter, Tabellenkalkulation) und nutzen sie (W/M)</p> <p>... nutzen Printmedien und Internet zur Informationsbeschaffung (M/W)</p> <p>... vergleichen und bewerten verschiedene math. Modelle für Realsituationen (M)</p>	<p>Methodik:</p> <p>S können ihre Problemlösungen mit Präsentationsprogrammen (PowerPoint) präsentieren.</p>	<p>Naturwissenschaften</p> <p>Informatik</p> <p>Kunst</p> <p>Erdkunde</p> <p>Politik</p> <p>Geschichte</p>	
Geometrie, Funktionen	<p>Trigonometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sinus und Cosinus im rechtwinkligen Dreieck - Tangens 	<p>... erläutern math. Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und präzisieren sie mit Fachbegriffen (A/K)</p>	<p>Methodik:</p> <p>Einsatz von Tabellenkalkulation (Excel, CALC) und Funktionsplotter (GeoGebra)</p>	<p>Naturwissenschaften</p> <p>Kunst</p>	

	<ul style="list-style-type: none"> - Anwendungen mit rechtwinkligen Dreiecken - Sinus- und Cosinusfunktion 	<p>... wählen geeignete Medien zur Dokumentation und Präsentation von Problemlösungen aus (W/M)</p> <p>... wählen und nutzen geeignete Werkzeuge</p>			
Stochastik	Rückblicke zur Stochastik	<p>... die S nutzen die Problemlösestrategie „Rückführen auf Bekanntes“ (P)</p> <p>... nutzen selbstständig Printmedien und Internet zur Informationsbeschaffung (W/M)</p> <p>... übersetzen Realsituationen in math. Modelle (M)</p> <p>... nutzen math. Wissen und math. Symbole für Begründungen und Argumentationsketten (A/K)</p>	<p>Methodik: Einsatz von selbst recherchierten Daten</p> <p>Kritische Analyse grafischer und statistischer Darstellungen, Erkennen von Manipulationen</p>		

2.1.2 Sekundarstufe II

2.1.2.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase	
<p><u>Unterrichtsvorhaben I:</u></p> <p>Thema: <i>Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen <p>Zeitbedarf: 15 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben II:</u></p> <p>Thema: <i>Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben III:</u></p> <p>Thema: <i>Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Argumentieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u></p> <p>Thema: <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mehrstufige Zufallsexperimente <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>

Einführungsphase Fortsetzung	
<u>Unterrichtsvorhaben V:</u> Thema: <i>Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)</i> Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Kommunizieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Bedingte Wahrscheinlichkeiten Zeitbedarf: 9 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben VI:</u> Thema: <i>Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)</i> Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Argumentieren Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen Zeitbedarf: 12 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben VII:</u> Thema: <i>Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)</i> Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Kommunizieren Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Koordinatisierungen des Raumes Zeitbedarf: 6 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben VIII:</u> Thema: <i>Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)</i> Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Vektoren und Vektoroperationen Zeitbedarf: 9 Std.
Summe Einführungsphase: 84 Stunden	

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS	
<u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u> Thema: <i>Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)</i> Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle Zeitbedarf: 9 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q1-II :</u> Thema: <i>Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)</i> Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfelder: Funktionen und Analysis (A) Inhaltliche Schwerpunkte: <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle Zeitbedarf: 15 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u> Thema: <i>Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)</i> Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Integralbegriffs Zeitbedarf: 9 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u> Thema: <i>Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)</i> Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Integralrechnung Zeitbedarf: 12 Std.

<u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u> Thema: <i>Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)</i> Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung Zeitbedarf: 9 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u> Thema: <i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)</i> Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltliche Schwerpunkte: <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung Zeitbedarf: 12 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u> Thema: <i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)</i> Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) Zeitbedarf: 9 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u> Thema: <i>Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G2)</i> Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Kommunizieren Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Lagebeziehungen Zeitbedarf: 6 Std.
<u>Summe Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS 81 Stunden</u>	

Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u></p> <p>Thema: <i>Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-II :</u></p> <p>Thema: <i>Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Skalarprodukt <p>Zeitbedarf: 9 Std</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u></p> <p>Thema: <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u></p> <p>Thema: <i>Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>

<u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u> Thema: Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3) Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Argumentieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung Zeitbedarf: 9 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI :</u> Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4) Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Argumentieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Stochastische Prozesse Zeitbedarf: 9 Std.
<u>Summe Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS: 51 Stunden</u>	

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u></p> <p>Thema: <i>Eigenschaften von Funktionen (Höhere Ableitungen, Besondere Punkte von Funktionsgraphen, Parameter) Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 30 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II</u></p> <p>Thema: <i>Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Integralbegriffs <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u></p> <p>Thema: <i>Integral und Flächeninhalt, Integralfunktion (Q-LK-A3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p>	

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u></p> <p>Thema: <i>Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus, Wachstumsprozesse (Q-LK-A4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 25 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u></p> <p>Thema: <i>Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produktregel, Kettenregel) Optimierungsprobleme Q-LK-A5)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Modellieren, Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: LK: 33 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u></p> <p>Thema: <i>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u></p> <p>Thema: <i>Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lagebeziehungen und Abstände (von Geraden) <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung	
<u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u> Thema: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G3) Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Skalarprodukt Zeitbedarf: 10Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q1-IX:</u> Thema: Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G4) Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Kommunizieren Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) Zeitbedarf: 10 Std.
<u>Summe Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS 158 Stunden</u>	

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u></p> <p>Thema: Abstände und Winkel, Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lagebeziehung und Abstände (von Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 25 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-II:</u></p> <p>Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u></p> <p>Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S2)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u></p> <p>Thema: Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-GK-S3)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>

<u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u> Thema: <i>Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S4)</i> Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Kommunizieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Testen von Hypothesen Zeitbedarf: 16 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI:</u> Thema: <i>Ist die Glocke normal? (Q-LK-S5)</i> Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Normalverteilung Zeitbedarf: 15 Std
<u>Unterrichtsvorhaben Q2-VII:</u> Thema: <i>Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)</i> Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Argumentieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Stochastische Prozesse Zeitbedarf: 10 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q2-VIII:</u> Thema: <i>Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)</i> Zentrale Kompetenzen: <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: <ul style="list-style-type: none"> • Verknüpfung aller Kompetenzen Zeitbedarf: 10 Std.
Summe Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS: 104 Stunden	

Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

E-Phase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	E-A1	15
II	E-A2	12
III	E-A3	12
IV	E-S1	9
V	E-S2	9
VI	E-A4	12
VII	E-G1	6
VIII	E-G2	9
	Summe:	84
Q1 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-A1	9
II	Q-GK-A2	15
III	Q-GK-A3	9
IV	Q-GK-A4	12
V	Q-GK-A5	9
VI	Q-GK-A6	12
VII	Q-GK-G1	9
VIII	Q-GK-G2	6
	Summe:	81
Q2 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-G3	9
II	Q-GK-G4	9
III	Q-GK-S1	6
IV	Q-GK-S2	9
V	Q-GK-S3	9
VI	Q-GK-S4	9
	Summe:	51

Q1 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-A1	30
II	Q-LK-A2	10
III	Q-LK-A3	20
IV	Q-LK-A4	25
V	Q-LK-A5	33
VI	Q-LK-G1	10
VII	Q-LK-G2	10
VIII	Q-LK-G3	10
IX	Q-LK-G4	10
	Summe:	158
Q2 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-G5	25
II	Q-LK-S1	6
III	Q-LK-S2	9
IV	Q-LK-S3	9
V	Q-LK-S4	16
VI	Q-LK-S5	15
VII	Q-LK-S6	10
VIII	Q-LK-G6	10
	Summe:	109

2.1.2.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Vorhabenbezogene Konkretisierung:

Einführungsphase Funktionen und Analysis (A)

Thema: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen • beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen • beschreiben grundlegende Eigenschaften der Sinusfunktion • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren² <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) 	<ul style="list-style-type: none"> • Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt und geübt (ergänzt durch differenzierende, individuelle Zusatzangebote aus Aufgabensammlungen). • Enge Kooperation mit den Vertiefungskursen • Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software und des GTR gerichtet werden. • Anwendungsbezogene Aufgaben sollen schwerpunktmäßig behandelt werden, die entdeckendes Lernen ermöglichen • Zum Transformieren von Funktionen eignet sich Geogebra (Geogebra tools)

² Unter diese prozessbezogene Kompetenz fallen auch immer die Kompetenzen „6. Problemlösen und Modellieren“ aus dem Medienkompetenzrahmen. Diese werden hier nicht noch einmal gesondert aufgeführt.

Werkzeuge nutzen³ <i>Die Schülerinnen</i> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und grafikfähige Taschenrechner • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen 	
--	--

Thema: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i> <ul style="list-style-type: none"> • berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext • erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate • deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten • deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) • leiten Funktionen graphisch ab • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen 	<ul style="list-style-type: none"> • möglicher Einstieg: Lernzirkel aus dem Serviceband Lambacher Schweizer. • Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet. • Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden. • Dynamische-Geometrie-Software werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt. • Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten, während eine

³ Unter diese prozessbezogene Kompetenz fällt auch immer die Kompetenz „1.2 Digitale Werkzeuge“ aus dem Medienkompetenzrahmen. Diese werden hier nicht noch einmal gesondert aufgeführt.

<p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Argumentieren (Vermuten) <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen auf • unterstützen Vermutungen beispielgebunden • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle ... grafischen Messen von Steigungen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen 	<p>Untersuchung der Änderung von Änderungen erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen ist.</p>
--	---

Thema: Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i> erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate</p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) • leiten Funktionen graphisch ab • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen 	<ul style="list-style-type: none"> • Im Anschluss an Unterrichtsvorhaben II (Thema E-A2) wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für eine quadratische Funktion wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt. • Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schüler den GTR und die Möglichkeit, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellieren und zu plotten. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Vermutens.

- nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten
- wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen

- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Argumentieren

Die Schülerinnen

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
... Lösen von Gleichungen
... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen

- Kontexte spielen in diesem Unterrichtsvorhaben eine untergeordnete Rolle.
- Ganzrationale Funktionen vom Grad 3 werden Gegenstand einer qualitativen Erkundung mit dem GTR, wobei Parameter gezielt variiert werden. Bei der Klassifizierung der Formen können die Begriffe aus Unterrichtsvorhaben II (Thema E-A2) eingesetzt werden. Zusätzlich werden die Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert.
- Durch gleichzeitiges Visualisieren der Ableitungsfunktion erklären Lernende die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen 3. Grades durch die Eigenschaften der ihnen vertrauten quadratischen Funktionen. Zugleich entdecken sie die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten, woran in Unterrichtsvorhaben VI (Thema E-A4) angeknüpft wird.

Thema: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • leiten Funktionen graphisch ab • nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an • lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel • verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (<i>Lösen</i>) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>) 	<ul style="list-style-type: none"> • Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist. (Geogebra-tool) • Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt. • Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben. • <i>Der logische Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien kann durch Multiple-Choice-Aufgaben vertieft werden, die rund um die Thematik der Funktionsuntersuchung von Polynomfunktionen Begründungsanlässe und die Möglichkeit der Einübung zentraler Begriffe bieten.</i> • Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.

Argumentieren

Die Schülerinnen

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen) (*Begründen*)
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (*Beurteilen*)

- *Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangentengleichungen bestimmt werden.*

Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) <p>Kommunizieren (Produzieren) <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen 	<ul style="list-style-type: none"> Ausgangspunkt kann eine Vergewisserung (z. B. in Form einer Mindmap) hinsichtlich der den Schülerinnen bereits bekannten Koordinatisierungen (GPS, geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Robotersteuerung) sein. Das vorhandene dreidimensionale Koordinatensystem kann zur Veranschaulichung genutzt werden Auch der Klassenraum mit seinen Ecken kann als Koordinatensystem genutzt werden Schrägbilder sollen von den Schülerinnen ohne Hilfsmittel gezeichnet und untersucht werden, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln. Mithilfe einer DGS (Vektoris) werden unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt. Möglichkeiten und Grenzen der 2-dim Darstellung von 3-dim Problemen sollte veranschaulicht werden

Thema: Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen

- deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren
- stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar
- berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras
- addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität
- weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

- Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.

Einführungsphase Stochastik (S)

Thema: *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i> deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente</p> <ul style="list-style-type: none"> • simulieren Zufallsexperimente • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen</i> verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum</p> <ul style="list-style-type: none"> ... Generieren von Zufallszahlen ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert) 	<ul style="list-style-type: none"> • Beim Einstieg ist eine Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele zu vermeiden. Einen geeigneten Kontext bietet die Methode der Zufallsantworten bei sensiblen Umfragen. (Material KM Standardisierung) • Zur Modellierung von Wirklichkeit werden Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator). • Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren. • <i>Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden.</i> • Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.

Thema: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier-oder Mehrfeldertafeln bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten (<i>Rezipieren</i>) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) 	<ul style="list-style-type: none"> Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes könnte das HIV-Testverfahren dienen, eine Möglichkeit zur Vertiefung böte dann die Betrachtung eines Diagnosetests zu einer häufiger auftretenden Erkrankung (z. B. Grippe). Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden. Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet. Die Schülerinnen sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. (Umkehrung Baumdiagramm) Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.

Q-Phase Grundkurs Funktionen und Analysis (A)

Thema: Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)

Lambacher Schweizer Mathematik Qualifikationsphase LK GK 2015: Kap. I 1 – 5

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen

- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien (höhere Ableitungen) zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)

Problemlösen

Die Schülerinnen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“

Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. *Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen.*

An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).

Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht.

Abschließend empfiehlt es sich, ein Problem zu behandeln, das die Schülerinnen nur durch systematisches Probieren oder anhand des Funktionsgraphen lösen können: Aufgabe zum „schnellsten Weg“.

Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche

<ul style="list-style-type: none"> • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...) (<i>Lösen</i>) • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>) • berücksichtigen einschränkende Bedingungen (<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) 	Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion ver- liehen.
--	--

Thema: Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)	
Lambacher Schweizer Mathematik Qualifikationsphase LK GK 2015: Kap. I 6 – 8	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i> <ul style="list-style-type: none"> • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien (höhere Ableitungen) zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten Prozessbezogene Kompetenzen:	Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“ Anknüpfend an die Einführungsphase werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von

<p>Modellieren Die Schülerinnen</p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen Die Schülerinnen</p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden , Berechnen und Darstellen 	<p>Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.</p> <p>Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt werden Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien von den Lernenden kritisch bewertet.</p> <p><i>Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen (z. B. Lerntheke) an.</i></p> <p>Schülerinnen erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.</p> <p><i>Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden. Das Gauß-Verfahren muss an dieser Stelle noch nicht thematisiert werden.</i></p>
---	--

Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)

Lambacher Schweizer Mathematik Qualifikationsphase LK GK 2015: Kap. II 1 – 2

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion

Prozessbezogene Kompetenzen:

Kommunizieren

Die Schülerinnen

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus mathematischen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*Produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).

Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten.

Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.

Qualitativ können die Schülerinnen so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren.

Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden.

Das Stationenlernen kann in einem Portfolio dokumentiert werden.

Die Ergebnisse der Gruppenarbeit können auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert werden. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.

Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)

Lambacher Schweizer Mathematik Qualifikationsphase LK GK 2015: Kap. II 3 – 5

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</p> <p><i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs • erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung) • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate • bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen <p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Argumentieren</p> <p><i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>) • unterstützen Vermutungen beispielgebunden (<i>Vermuten</i>) • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) 	<p>Schülerinnen sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben (vgl. Thema Q-GK-A3) entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist.</p> <p><i>Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.</i></p> <p>Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.</p> <p>Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag).</p> <p>Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino)</p> <p>In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung.</p> <p>Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt.</p>

Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen</i> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen digitale Werkzeuge (GTR, Tabellenkalkulation) zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse • ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals 	Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.
--	---

Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)	
Lambacher Schweizer Mathematik Qualifikationsphase LK GK 2015: Kap. III 1 – 3	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: <ul style="list-style-type: none"> - natürliche Exponentialfunktion 	<i>Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen (Wachstum und Zerfall).</i> Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.

<p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Problemlösen</p> <p><i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (<i>Reflektieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen</p> <p><i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • ... grafischen Messen von Steigungen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus • nutzen digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen 	<p>Umgekehrt suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle.</p> <p><i>Dazu könnten sie eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres GTR experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.</i></p> <p>Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.</p>
--	--

Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)

Lambacher Schweizer Mathematik Qualifikationsphase LK GK 2015: Kap. III 4 – 5, IV 1 – 5

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: <ul style="list-style-type: none"> - Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten • bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) • wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an • wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) 	<p>Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Als Beispiel für eine Summenfunktion wird eine Kettenlinie modelliert. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden.</p> <p>An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt.</p> <p>In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.</p> <p>Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.</p>

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none">• ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>)• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) | |
|--|--|

Q-Phase Grundkurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)*

Lambacher Schweizer Mathematik Qualifikationsphase LK GK 2015: Kap. V, 1 – 2

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen

- stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar
- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit GeoGebra dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.

Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z. B. die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.

Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmitelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden.

Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz von GeoGebra bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.

Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen</i> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle (z.B. 3-dim. Koordinatensystem-Modell) und Dynamische-Geometrie-Software (z.B. GeoGebra) • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden • ... Darstellen von Objekten im Raum 	
---	--

Thema: Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G2)	
Lambacher Schweizer Mathematik Qualifikationsphase LK GK 2015: Kap. V 3	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Schülerinnen</i> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) (<i>Begründen</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) 	<p><i>Hinweis: Bei zweidimensionalen Abbildungen (z. B. Fotografien) räumlicher Situationen geht in der Regel die Information über die Lagebeziehung von Objekten verloren. Verfeinerte Darstellungsweisen (z. B. unterbrochene Linien, schraffierte Flächen, gedrehtes Koordinatensystem) helfen, dies zu vermeiden und Lagebeziehungen systematisch zu untersuchen.</i></p> <p>Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt, die auf Lernplakaten dokumentiert, präsentiert, verglichen und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt werden können. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollen nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.</p>

<ul style="list-style-type: none"> berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (<i>Begründen</i>) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) <p>Kommunizieren Die Schülerinnen</p> <ul style="list-style-type: none"> erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (<i>Produzieren</i>) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>) vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>) 	<p>Als Kontext kann dazu die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Q-GK-G1 wieder aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant. Bei genügend zur Verfügung stehender Zeit oder binnendifferenziert könnte (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Abstandsminimum numerisch, grafisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden.</p> <p>Begrifflich davon abgegrenzt wird der Abstand zwischen den Flugbahnen. Dies motiviert die Beschäftigung mit orthogonalen Hilfsgeraden (Q-GK-G4).</p>
---	--

<p>Thema: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G3)</p>	
<p>Lambacher Schweizer Mathematik Qualifikationsphase LK GK 2015: Kap. VI 1 – 4</p>	
<p>Zu entwickelnde Kompetenzen</p> <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen</p> <ul style="list-style-type: none"> stellen Ebenen in Parameterform dar untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext 	<p>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</p> <p>Als Einstiegskontext für die Parametrisierung einer Ebene kann eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten dienen. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus der Einführungsphase wieder aufgegriffen.</p> <p>In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine</p>

<ul style="list-style-type: none"> • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen <p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Problemlösen</p> <p><i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten (<i>Lösen</i>)) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>) • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (<i>Reflektieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen</p> <p><i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen 	<p>planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen).</p> <p>Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem.</p> <p>Die Untersuchung von Schattenwürfen eines Mastes auf eine Dachfläche z. B. motiviert eine systematische Auseinandersetzung mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise und mit dem Gauß-Verfahren.</p> <p>Die Lösungsmengen werden sowohl hilfsmittelfrei als auch mit dem GTR bestimmt, eine zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.</p>
--	---

Thema: Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)

Lambacher Schweizer Mathematik Qualifikationsphase LK GK 2015: Kap. V 4 – 5, VI 5

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen

- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz). *Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.*

Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden.

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden.

Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.

Q-Phase Grundkurs Stochastik (S)

Thema: *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)*

Lambacher Schweizer Mathematik Qualifikationsphase LK GK 2015: Kap. VIII 1 – 2

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) 	<p>Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.</p> <p>Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert.</p> <p>Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.</p> <p>Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.</p>

Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S2)

Lambacher Schweizer Mathematik Qualifikationsphase LK GK 2015: Kap. VIII 3 – 4

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Generieren von Zufallszahlen ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufalls- 	<p>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.</p> <p>Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.</p> <p>Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.</p> <p>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.</p> <p>Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.</p> <p>Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ-Umgebung des Erwartungswertes liegen.</p> <p><i>Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</i></p>

<p>größen</p> <p>... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen</p> <p>... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen</p> <p>... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)</p> <p>Medienkompetenz</p> <p>Die Schülerinnen werten statistische Daten aus (2.3).</p> <p>Die Schülerinnen analysieren statistische Daten, die in digitalen Medien veröffentlicht werden, reflektieren sie im Bezug auf die Zielsetzung der Autoren und bewerten ihre Wirkung (5.1-5.4).</p>	
--	--

<p>Thema: Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)</p>	
<p>Lambacher Schweizer Mathematik Qualifikationsphase LK GK 2015: Kap. VIII 5</p>	
<p>Zu entwickelnde Kompetenzen</p>	<p>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</p>
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</p> <p><i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen • schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit <p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Modellieren</p> <p><i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) 	<p>In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt:</p> <ul style="list-style-type: none"> - die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment - die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette - die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße - die Unabhängigkeit der Ergebnisse - die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p <p>Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).</p>

<ul style="list-style-type: none"> • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) <p>Argumentieren Die Schülerinnen</p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (<i>Begründen</i>) 	<p>Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.</p> <p><i>Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.</i></p>
---	---

<p>Thema: <i>Von Übergängen und Prozessen (G-GK-S4)</i></p>	
<p>Lambacher Schweizer Mathematik Qualifikationsphase LK GK 2015: Kap. X 1 – 4</p>	
<p>Zu entwickelnde Kompetenzen</p>	<p>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</p>
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen</p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) 	<p><i>Hinweis:</i> Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.</p>

<p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Modellieren <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) 	<p>Der Auftrag an Schülerinnen, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.</p> <p>Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.</p>
--	--

Q-Phase Leistungskurs Funktionen und Analysis (A)

Thema: *Eigenschaften von Funktionen (Höhere Ableitungen, besondere Punkte, Parameter)- Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen

- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen
- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)
- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“

Anknüpfend an die Einführungsphase werden in unterschiedlichen Kontexten (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst.

Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.

Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.

Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt.

<ul style="list-style-type: none"> • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen Die Schülerinnen</p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen • ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden, Berechnen und Darstellen <p>Medienkompetenz Die Schülerinnen nutzen eine Lernplattform zur Kommunikation und Kooperation und lernen Regeln zur Nutzung kennen (3.1, 3.2).</p>	<p>Schülerinnen erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.</p> <p><i>Das Gaußverfahren wird zunächst für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge eingeführt. Danach werden LGS mithilfe des GTR insbesondere mit dem Rref-Befehl durchgeführt.</i></p> <p>Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.</p>
--	--

Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion

Prozessbezogene Kompetenzen:

Kommunizieren

Die Schülerinnen

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus mathemathhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*Produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Hinweis: Auch im Leistungskurs bilden eigene anschauliche Erfahrungen ein gutes Fundament für den weiteren Begriffsaufbau. Deshalb hat sich die Fachkonferenz für einen ähnlichen Einstieg in die Integralrechnung im Leistungskurs entschieden wie im Grundkurs. Er unterscheidet sich allenfalls durch etwas komplexere Aufgaben von der Einführung im Grundkurs.

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt.

Der Einstieg sollte über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.

Thema: Integral und Flächeninhalt, Integralfunktion (Q-LK-A3)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs • erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion • deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen • bestimmen Integrale numerisch • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>) • unterstützen Vermutungen beispielgebunden (<i>Vermuten</i>) • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) 	<p>Schülerinnen sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion J_a eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Dazu wird das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben entwickelte numerische Näherungsverfahren zur Rekonstruktion einer Größe aus der Änderungsrate auf eine kontextfrei durch einen Term gegebene Funktion angewendet und zur Konstruktion der Integralfunktion genutzt (Verallgemeinerung).</p> <p>Die Graphen der Randfunktion und der genäherten Integralfunktion können die Schülerinnen mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionsplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.</p> <p>Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs $J_a(x+h) - J_a(x)$ geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren.</p> <p><i>Hier bieten sich Möglichkeiten zur inneren Differenzierung: Formalisierung der Schreibweise bei der Summenbildung, exemplarische Einschachtelung mit Ober- und Untersummen, formale Grenzwertbetrachtung, Vergleich der Genauigkeit unterschiedlicher Abschätzungen.</i></p> <p>In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Produktsummen zur Verfügung.</p>

<ul style="list-style-type: none"> • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (<i>Begründen</i>) • erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen digitale Werkzeuge [<i>Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter</i>] zum Erkunden, Berechnen und Darstellen • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals 	<p>Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden.</p> <p>Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.)</p> <p><i>Mit der Mittelwertberechnung kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden. Hier bieten sich Vernetzungen mit dem Inhaltsfeld Stochastik an.</i></p>
--	---

Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus, Wachstumsprozesse (Q-LK-A4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion • nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: <ul style="list-style-type: none"> ○ natürliche Exponentialfunktion ○ Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis ○ natürliche Logarithmusfunktion • nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: $x \rightarrow 1/x$. 	<p><i>Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).</i></p> <p>Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.</p> <p>Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung eingeführt werden.</p> <p>Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der</p>

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen ... grafischen Messen von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Die Schülerinnen

- verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion

durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.

Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.

Die Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird über die Formel zur Ableitung der Umkehrfunktion hergeleitet.

Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht.

An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet.

Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.

Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
 - übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
 - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
 - ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (*Mathematisieren*)
 - beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
 - beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
 - verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

Thema: Untersuchung zusammengesetzter Funktionen, Optimierungsprobleme (Q-LK-A5)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>I Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen <ul style="list-style-type: none"> ○ Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten • führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück • wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) 	<p>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“</p> <p>Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln.</p> <p>An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).</p> <p>Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht.</p> <p>Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen.</p> <p>Im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten entwickeln die Schülerinnen die Ableitungen von Wurzelfunktionen sowie die Produkt- und Kettenregel und wenden sie an.</p>

- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

Problemlösen

Die Schülerinnen

- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern ...) (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- berücksichtigen einschränkende Bedingungen (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)

Q-Phase Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> stellen Geraden in Parameterform dar interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) 	<p>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. <i>Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit mittels einer Funktion zu variieren, z. B. zur Beschreibung einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung.</i></p> <p>Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden.</p> <p>Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern in der EF an.</p>

Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen</i> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden • ... Darstellen von Objekten im Raum 	
--	--

Thema: Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G2)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i> <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Koordinatenebenen und deuten sie im Sachkontext • bestimmen Abstände zwischen Punkten Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Schülerinnen</i> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (<i>Begründen</i>) 	<p>Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen.</p> <p>Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wieder aufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung an.</p> <p>In der Rückschau sollten die Schüler nun einen Algorithmus entwickeln, um über die Lagebeziehung zweier Geraden zu entscheiden. Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Die Schülerinnen können selbst solche Darstellungen entwickeln, auf Lernplakaten dokumentieren, präsentieren, vergleichen und in ihrer Brauchbarkeit beurteilen. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollten nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt</p>

<ul style="list-style-type: none"> • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>) • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (<i>Produzieren</i>) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>) • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>) 	<p>werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.</p>
---	---

Thema: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G3)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden 	<p>Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt.</p> <p><i>Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.</i></p>

<p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) 	<p>Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z. B. Division durch einen Vektor) gestellt.</p> <p>Es werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an. <i>Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z. B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen</i> $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$ und $(\vec{a})^2 = (\vec{b})^2$ für die Seitenvektoren \vec{a} und \vec{b} eines Parallelogramms.</p> <p>In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.</p>
--	--

Thema: Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum 	<p>Als erste Darstellungsform wird die Parameterform der Ebenengleichung entwickelt. Als Einstiegskontext dient eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben. So können auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden.</p>

<ul style="list-style-type: none"> • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen <p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (<i>Begründen</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>) • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) 	<p>Die unterschiedlichen Darstellungsformen dieser Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Parameterform, Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) werden gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Dabei intensiviert der kommunikative Austausch die fachlichen Aneignungsprozesse. Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen wird eine räumliche Geometriesoftware verwendet.</p> <p><i>Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen.</i></p> <p>Ein Wechsel zwischen Koordinatenform und Parameterform der Ebene ist über die drei Achsenabschnitte möglich. Alternativ wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines Gleichungssystems bestimmt.</p>
---	---

Thema: Abstände und Winkel, Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:*Die Schülerinnen*

- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an
- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen
- stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar
- untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen
- berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen

Prozessbezogene Kompetenzen:**Problemlösen***Die Schülerinnen*

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten,) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden. Auch hier wird eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt. Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-GA3 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung.

Abstände von Punkten zu Geraden und zu Ebenen ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden.

Das Gauß-Verfahren soll anknüpfend an das Thema Q-LK-A im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft werden. Weiter bietet der Einsatz des GTR Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden.

In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.

Werkzeuge nutzen Die Schülerinnen <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen • ... Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen 	
---	--

Thema: Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen <ul style="list-style-type: none"> • stellen Geraden in Parameterform dar • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und zwischen Geraden und Ebenen • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen 	<p><i>Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.</i></p> <p>Deshalb beschließt die Fachkonferenz, Problemlösungen mit den prozessbezogenen Zielen zu verbinden, 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege Kriterien gestützt zu vergleichen.</p>

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

Problemlösen

Die Schülerinnen

- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektieren*)

Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausgeklammert werden.

Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßigkeit – ggf. mit Hilfe von DGS – eine Rolle. Geeignete Beispiele bieten der Satz von Varignon oder der Sehnensatz von Euklid.

Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet bzw. zum Zweck der Abiturvorbereitung noch einmal wiederaufgenommen werden soll.

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none">• variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (<i>Reflektieren</i>) | |
|--|--|

Q-Phase Leistungskurs Stochastik (S)

Thema: *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen mit Boxplots reaktiviert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Generieren von Zufallszahlen ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen 	<p>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.</p> <p>Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.</p> <p>Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.</p> <p>Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).</p> <p><i>Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</i></p>

Medienkompetenz Die Schülerinnen werten statistische Daten aus (2.3). Die Schülerinnen analysieren statistische Daten, die in digitalen Medien veröffentlicht werden, reflektieren sie im Bezug auf die Zielsetzung der Autoren und bewerten ihre Wirkung (5.1-5.4).	
---	--

Thema: Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i> <ul style="list-style-type: none"> beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen nutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen</i> <ul style="list-style-type: none"> analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>) wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) 	<p>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.</p> <p>Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden: In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$.</p> <p>Das Konzept der σ-Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$-Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.</p>

<ul style="list-style-type: none"> • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) (<i>Lösen</i>) • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (<i>Reflektieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen ... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung) ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen 	
--	--

Thema: <i>Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S4)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse • beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art 	<p>Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten</p>

Prozessbezogene Kompetenzen:**Modellieren***Die Schülerinnen*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Kommunizieren*Die Schülerinnen*

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (*Diskutieren*)

Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden, sie wird abschließend in einem ‚Testturm‘ visualisiert.

Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:

- Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage?
- Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie?

Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.

Thema: Ist die Glocke normal? (Q-LK-S5)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen

- unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion
- untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen
- beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen

- erfassen und strukturieren komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

Problemlösen

Die Schülerinnen

- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dementsprechend beschließt die Fachkonferenz den Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben über die Untersuchung von Summenverteilungen.

Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier... Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird.

Ergänzung für leistungsfähige Kurse: Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit.

Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.

Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann. Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR.

Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

<ul style="list-style-type: none"> wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (<i>Lösen</i>) <p>Werkzeuge nutzen</p> <p><i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Generieren von Zufallszahlen ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden ..., Berechnen und Darstellen reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge 	
--	--

<p>Thema: <i>Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)</i></p>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</p> <p><i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) 	<p><i>Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.</i></p>

<p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Modellieren</p> <p><i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) <p>Argumentieren</p> <p><i>Die Schülerinnen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) 	<p>Der Auftrag an Schülerinnen, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.</p> <p>Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.</p> <p>Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.</p>
--	--

2.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 16 bis 25 sind fachspezifisch angelegt.

Überfachliche Grundsätze:

1. Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
2. Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler/innen.
3. Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
4. Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
5. Die Schüler/innen erreichen einen Lernzuwachs.
6. Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
7. Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
8. Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
9. Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
10. Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
11. Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
12. Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
13. Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
14. Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
15. Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen.

Fachliche Grundsätze:

1. Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
2. Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
3. Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
4. Die Einstiege in neue Themen erfolgen grundsätzlich mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.
5. Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
6. Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
7. Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt.
8. Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
9. Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
10. Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Hinweis: Sowohl die Schaffung von Transparenz bei Bewertungen als auch die Vergleichbarkeit von Leistungen sind das Ziel, innerhalb der gegebenen Freiräume Vereinbarungen zu Bewertungskriterien und deren Gewichtung zu treffen.

Auf der Grundlage von § 48 SchulG, § 13 APO-GOST sowie Kapitel 3 des Kernlehrplans Mathematik hat die Fachkonferenz im Einklang mit dem entsprechenden schulbezogenen Konzept die nachfolgenden Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen. Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar. Bezogen auf die einzelne Lerngruppe kommen ergänzend weitere der in den Folgeabschnitten genannten Instrumente der Leistungsüberprüfung zum Einsatz.

Verbindliche Absprachen:

- Die Aufgaben für Klausuren in parallelen Grund- bzw. Leistungskursen werden im Vorfeld abgesprochen.
- Klausuren können nach entsprechender Wiederholung im Unterricht auch Aufgabenteile enthalten, die Kompetenzen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogene Kompetenzen erfordern.
- Mindestens eine Klausur je Schuljahr in der E-Phase sowie in Grund- und Leistungskursen der Q-Phase enthält einen „hilfsmittelfreien“ Teil.
- Alle Klausuren in der Q-Phase enthalten auch Aufgaben mit Anforderungen im Sinne des Anforderungsbereiches III (vgl. Kernlehrplan Kapitel 4).
- Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden die Operatoren der Aufgaben des Zentralabiturs verwendet. Diese sind mit den Schülerinnen zu besprechen.
- Die Korrektur und Bewertung der Klausuren erfolgt anhand eines Bewertungsbogens, den die Schülerinnen als Rückmeldung erhalten.
- Schülerinnen wird in allen Kursen Gelegenheit gegeben, mathematische Sachverhalte zusammenhängend (z. B. eine Hausaufgabe, einen fachlichen Zusammenhang, einen Überblick über Aspekte eines Inhaltsfeldes ...) selbstständig vorzutragen.

Verbindliche Instrumente:

Überprüfung der schriftlichen Leistung

- **Einführungsphase:** Zwei Klausuren je Halbjahr, davon eine (in der Regel die vierte Klausur in der Einführungsphase) als landeseinheitlich zentral gestellte Klausur. Dauer der Klausuren: 2 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (1) und VV 14.1.)
- **Grundkurse Q-Phase Q 1.1 – Q 2.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 2-3 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.12)
- **Grundkurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen für Schülerinnen, die Mathematik als 3. Abiturfach gewählt haben. Dauer der Klausur: 3 Zeitstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 1.1 – Q 2.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 3-4 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen. Dauer der Klausur: 4,25 Zeitstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)

- **Facharbeit:** Gemäß Beschluss der Lehrerkonferenz wird die erste Klausur Q1.2 für diejenigen Schülerinnen, die eine Facharbeit im Fach Mathematik schreiben, durch diese ersetzt. (Vgl. APO-GOST B § 14 (3) und VV 14.3.)

Überprüfung der sonstigen Leistung

Hier wird auf das gesonderte Konzept zur Leistungsbewertung der sonstigen Mitarbeit im Fach Mathematik Sek. II verwiesen. (in moodle abrufbar)

Übergeordnete Kriterien:

Die Bewertungskriterien für eine Leistung müssen den Schülerinnen transparent und klar sein. Die Fachkonferenz legt allgemeine Kriterien fest, die sowohl für die schriftlichen als auch für die sonstigen Formen der Leistungsüberprüfung gelten. Dazu gehört auch die Darstellung der Erwartungen für eine gute und für eine ausreichende Leistung.

Konkretisierte Kriterien:

Kriterien für die Überprüfung der schriftlichen Leistung

- Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt über ein Raster mit Hilfspunkten (Musterlösung).
Dabei sind in der Qualifikationsphase alle Anforderungsbereiche zu berücksichtigen, wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet.

Die Zuordnung der Hilfspunktsumme zu den Notenstufen orientiert sich in der Einführungsphase an der zentralen Klausur und in der Qualifikationsphase am Zuordnungsschema des Zentralabiturs.

2.4 Lehr- und Lernmittel

Die Fachkonferenz erstellt in Absprache mit der Schulkonferenz eine Übersicht über die verbindlich eingeführten Lehr- und Lernmittel, ggf. mit Zuordnung zu Jahrgangsstufen (ggf. mit Hinweisen zum Elterneigenanteil).

3 Qualitätssicherung und Evaluation

Das schulinterne Curriculum stellt keine starre Größe dar, sondern ist als „lebendes Dokument“ zu betrachten. Dementsprechend sind die Inhalte stetig zu überprüfen, um ggf. Modifikationen vornehmen zu können. Die Fachkonferenz (als professionelle Lerngemeinschaft) trägt durch diesen Prozess zur Qualitätsentwicklung und damit zur Qualitätssicherung des Faches bei.

Durch parallele Klausuren (vgl. 2.3) in den Grundkursen, durch Diskussion der Aufgabenstellung von Klausuren in Fachdienstbesprechungen und eine regelmäßige Erörterung der Ergebnisse von Leistungsüberprüfungen wird ein hohes Maß an fachlicher Qualitätssicherung erreicht.